

Exercices de brevet.

Exercice 1. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse ? Justifier les réponses.

Affirmation 1: Dans la liste des nombres entiers ci-dessous, il n'y a qu'un seul nombre premier.

1 ; 45 ; 51 ; 73 ; 87 et 93.

Affirmation 2: La décomposition en produit de facteurs premiers de 360 est $2 \times 5 \times 6^2$.

Affirmation 3: 2^{20} est le double de 2^{19} .

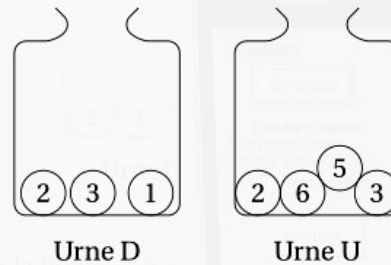
Affirmation 4: Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

Exercice 2

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.

On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.



Exemple : en tirant la boule (1) de l'urne D et ensuite la boule (5) de l'urne U, on forme le nombre 15.

1. A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?
2. a. Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.
b. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.
3. Définir un événement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

Exercice 3. Voici le plan de deux lignes de bus :

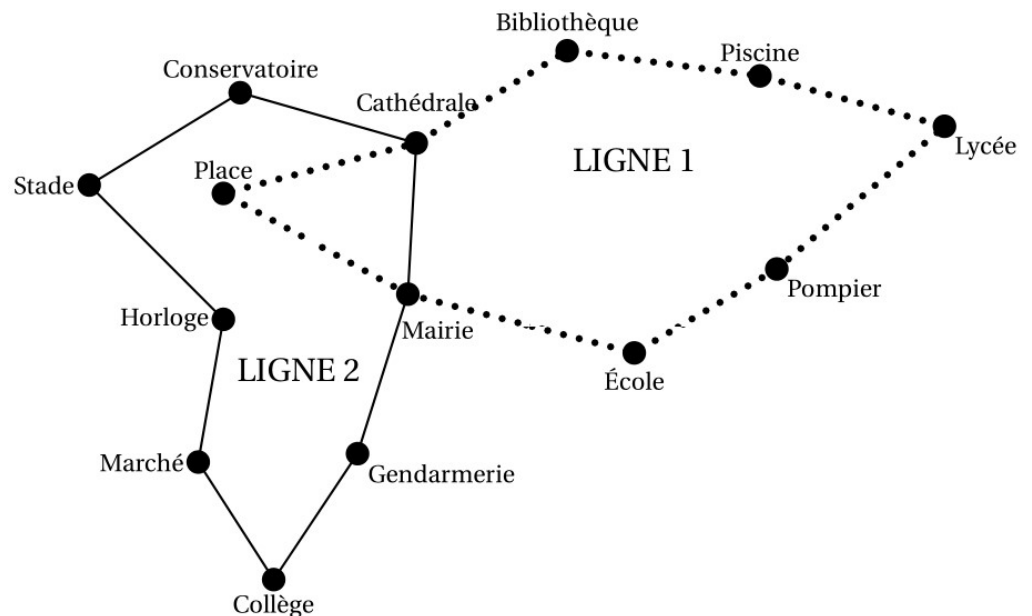
C'est à 6 h 30 que les deux bus des lignes 1 et 2 partent de l'arrêt «Mairie» dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le bus de la ligne 1 met 3 minutes entre chaque arrêt (temps de stationnement compris), tandis que le bus de la ligne 2 met 4 minutes.

Tous les deux vont effectuer le circuit complet un grand nombre de fois. Ils s'arrêteront juste après 20 h.

Est-ce que les deux bus vont se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt « Mairie » en même temps ?

Si oui, donner tous les horaires précis de ces rencontres.



Exercice 4. Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1150 perles et 4140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1150 et 4140 en produits de facteurs premiers.

2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.

Combien y a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Correction des exercices du brevet

1) Affirmation 1 : Vrai, seul 73 est premier

Affirmation 2 : Faux , 6 n'est pas premier

Affirmation 3 : Vrai, $2^{20} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2^{19}$

Affirmation 4 : Faux, $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ qui n'est pas premier

2) 1. On peut former $3 \times 4 = 12$ nombres dont 6 pairs et 6 impairs donc il y a autant de chances de tirer un nombre pair que de tirer un nombre impair.

2. a) 13 _ 23

b) $2/12 = 1/6$

3. « Tirer un nombre commençant par 2 » , la probabilité est $4/12 = 1/3$

3) Le bus de la ligne 1 met $8 \times 3 = 24$ minutes pour repasser à l'arrêt « Mairie ».

Le bus de la ligne 2 met $8 \times 4 = 32$ minutes pour repasser à l'arrêt « Mairie ».

De 6 h 30 à 20 h s'écoulent 13 h 30, soit 810 minutes.

Les deux bus vont se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt «Mairie » en même temps s'il existe un multiple commun à 24 et 32 inférieur ou égal à 810.

Les premiers multiples de 24 sont : 24 _ 48 _ 72 _ 96 ...

Les premiers multiples de 32 sont : 32 _ 64 _ 96 ...

96 est le plus multiple commun à 24 et 32

(autre méthode : $24 = 2^3 \times 3$; $32 = 2^5$; le plus multiple commun à 24 et 32 est $2^5 \times 3 = 96$)

96 min = 1 h 36 min.

Les deux bus vont donc se retrouver toutes les 1 h 36 min à l'arrêt « Mairie » en même temps soit à :

6 h 30	8 h 06	9 h 42	11 h 18	12 h 54	14 h 30	16 h 06	17 h 42	19 h 18
---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

4) 1. $69 = 3 \times 23$

$1150 = 50 \times 23 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$

$4140 = 20 \times 207 = 2 \times 2 \times 5 \times 9 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$

2. 23 est le seul diviseur commun à 69 , 1150 et 4140. **Il y a 23 marins**